

Gabarito – P2(noite) – 1º. Sem. 2011

1º.) Desprezando efeitos gravitacionais, temos no referencial “Marvin”: $v_x = 0$; $v_y = c$

No referencial “Dodgers”:
$$\begin{cases} v_x' = (v_x - u) / (1 - v_x u / c^2) = (0 - u) / (1 - 0 \cdot u / c^2) = -u \\ v_y' = (v_y) / [\gamma(1 - v_x u / c^2)] = c / [\gamma(1 - 0 \cdot u / c^2)] = c \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2} \end{cases}$$

$$v = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2} = \sqrt{0 + c^2} = c; v' = \sqrt{(v_x')^2 + (v_y')^2} = \sqrt{u^2 + c^2 \left(1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2\right)} = \sqrt{u^2 + c^2 - u^2} = c$$

É o resultado esperado. Um dos postulados de Einstein diz: a velocidade da luz é a mesma em qualquer referencial inercial.

2º.) De acordo com o gráfico, a frequência de corte é $\approx 4,5 \times 10^{14}$ Hz. $\phi = h \cdot \nu_0 = 6,63 \times 10^{-34} \times 4,5 \times 10^{14} = 2,98 \times 10^{-19}$ Joule ou 1,86 elétron-volt.

3º.) a) Nas regiões do espaço onde $U(x) = \infty$ temos que probabilidade de encontrar a partícula é nula. Assim nessas região, fora do poço, temos que $|\varphi(x)|^2 = 0 \rightarrow \varphi(x) = 0$. Na região onde $U(x) = 0$, dentro do poço,

temos da eq. de Schrödinger: $\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \right] \varphi(x) = E \varphi(x)$, que é a equação da partícula livre (temos apenas o termo de energia cinética) cuja solução geral é $\varphi(x) = \varphi_1 \exp(ikx) + \varphi_2 \exp(-ikx)$.

b) As condições de contorno necessárias são: $\varphi_{x < 0}(x = 0) = \varphi_{0 \leq x \leq L}(x = 0)$ e $\varphi_{0 \leq x \leq L}(x = L) = \varphi_{x > L}(x = L)$.

A primeira condição nos dá: $0 = \varphi_1 \exp(ik \cdot 0) + \varphi_2 \exp(-ik \cdot 0) = \varphi_1 + \varphi_2 \rightarrow \varphi_1 = -\varphi_2$. A segunda nos dá:

$$\varphi_1 \exp(ik \cdot L) + \varphi_2 \exp(-ik \cdot L) = 0 \rightarrow \varphi_1 [\exp(ik \cdot L) - \exp(-ik \cdot L)] = 2i \varphi_1 \sin(k \cdot L) = 0 \Leftrightarrow k \cdot L = n\pi \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Então temos: $\varphi(x) = \varphi_1 \exp(ik \cdot x) + \varphi_2 \exp(-ik \cdot x) = 2i \varphi_1 \sin(k \cdot x) = 2i \varphi_1 \sin\left(\frac{n\pi}{L} \cdot x\right) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L} \cdot x\right)$

c) Uma das maneiras de se chegar aos auto-estados de energia é substituindo as auto-funções (item b) na eq. de Schrödinger dentro do poço:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \right] \varphi(x) = E \varphi(x) \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2}{dx^2} \left\{ A \sin\left(\frac{n\pi}{L} \cdot x\right) \right\} = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \cdot A \sin\left(\frac{n\pi}{L} \cdot x\right) = E \cdot A \sin\left(\frac{n\pi}{L} \cdot x\right)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = E \rightarrow \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2m} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = \frac{h^2 n^2}{8mL^2} = E$$

$$40.) E_{n=2} = -13,6 \cdot \left(\frac{Z}{n=2} \right)^2 (\text{eV}) = -30,6 \text{ eV} \rightarrow Z = \sqrt{\frac{4 \times 30,6}{13,6}} = 3$$

$$r_{n=5} = 5 \times 10^{-11} \cdot \frac{(n=5)^2}{Z=3} (\text{m}) \rightarrow r_{n=5} = 4,17 \times 10^{-10} \text{ m}$$

5º.) Para o estado fundamental:

$$n=1 \rightarrow l=0 \rightarrow j=l+\frac{1}{2}=1/2 \text{ ou } j=\left|l-\frac{1}{2}\right|=1/2. \text{ Como } l=0 \text{ representa } S \rightarrow 1S_{1/2}$$

Para o primeiro estado excitado:

$$n=2 \rightarrow l=0 \rightarrow j=l+\frac{1}{2}=1/2 \text{ ou } j=\left|l-\frac{1}{2}\right|=1/2. \text{ Como } l=0 \text{ representa } S \rightarrow 2S_{1/2}$$

$$n=2 \rightarrow l=1 \rightarrow j=l+\frac{1}{2}=3/2 \text{ ou } j=\left|l-\frac{1}{2}\right|=1/2. \text{ Como } l=1 \text{ representa } P \rightarrow 2P_{1/2} \text{ e } 2P_{3/2}$$